精算費率面對的問題

報告人： 政治大學統計系
余清祥
工作小組：政大統計所博士生曾奕翔
政大風管所碩士生林士儼

日期：2005年3月18日

Outline

- 編算生命表需面對的問題
- 各國的生命表編算模型
- 以實證資料驗證死亡率模型
- 精算費率的潛在問題

死亡率的編算

- 老年人死亡率變化大，而且老年人人數較少，死亡率的估算難度較高，而且有較大的誤差。

→編算公式在老年人以外的死亡率差異不大，高齡部分則有較為顯著的影響。

→通常各國修正生命表編算方法只更改高齡部分。

橫斷面vs.縱斷面

- 保費計算多採橫斷面(Cross-section)，當死亡率變動較大時將造成問題。

→例如：台灣地區兩性平均每年延長約0.2至0.3歲，今日計算的30年遞延年金將少算約6到9年的壽命，低估年金商品的保費。

台灣與各國的死亡率模型

- 台灣地區的編算公式
- 各國常見的死亡率模型
- 最終年齡與生命表編算

台灣地區的生命表

- 以編制單位區分，台灣地區編制生命表有內政部統計處、壽險公會生命表編算小組。

→內政部：(Whole Population)

國民生命表、簡易生命表

→壽險公會：(Specific Population)

經驗生命表(包括年金生命表)

台灣地區的高齡編算公式

- 台灣高齡死亡率的編算使用高馬氏模型

→高馬氏模型(Makeham model)假設

$$\mu_x = A + BC^x, \quad \text{其中} B>0, C>1$$

通常只使用Gompertz模型，即

$$\frac{\log(p_{x+1})}{\log(p_x)} = C$$

台灣地區的費率調整

- 為因應近年死亡率逐年下降，在編算下一次生命表之前，台灣地區的經驗生命表多以打九折計算保費。

→90%的1989TSO

→90%的年金生命表

高齡死亡率模型

常見的高齡死亡率模型大多分為以下幾種：

- SOA模型
- Lee-Carter模型
- Heligman-Pollard模型
- 多變量模型
- 參數模型(例如：Gompertz, Weibull, Logistic, Kannisto)

縱斷面資料的處理

- 上述模型也可考慮各年度的變化，在獲得模型參數的變動趨勢下，預測出未來各年齡的死亡率，費率計算可根據死亡率預測值算出。

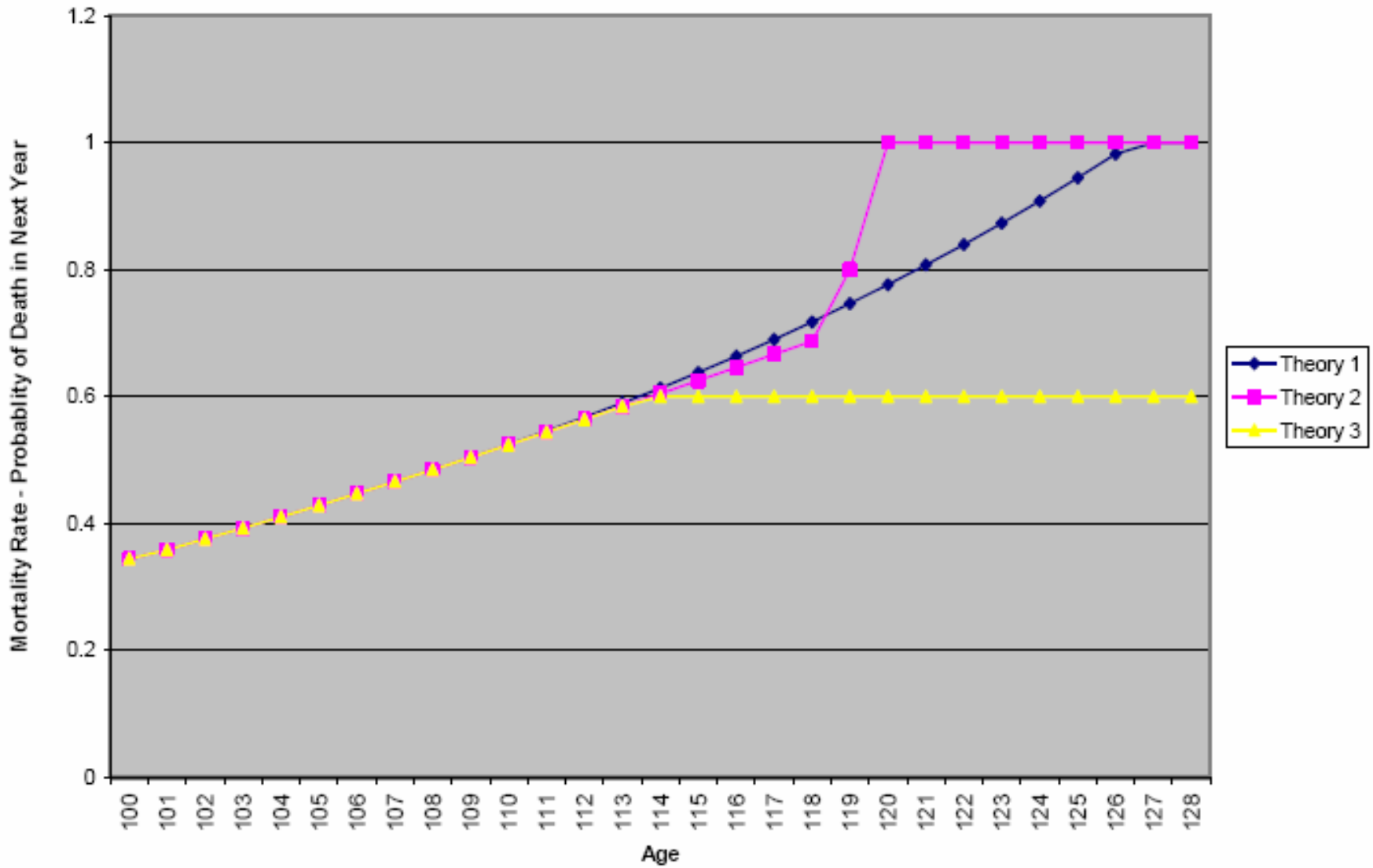
Methods to End Mortality Tables

最終年齡(Ultimate age)的編算可分為以下四種：

- The Forced method
- The Blended method
- The Pattern method
- The Less-than-one method

Methods to End Mortality Tables

- The Forced method: Set $q_{x_u} = 1$ & no changes to others (台灣生命表)
- The Blended method: Set $q_{x_u} = 1$ & smoothing original ages.
- The Pattern method: Extrapolating the mortality to reach x_u.
- The Less-than-one method: Select x_u & truncate q_x (i.e., $q_{x_u} \neq 1$ possibly)



三種最終年齡編算方法的比較

TABLE 5 Present Value of $1 per Year at 8% Interest for Life			
Age	Theory 1	Theory 2	Theory 3
50	$11.0479	$11.0479	$11.0479
55	10.5219	10.5219	10.5219
60	9.7849	9.7849	9.7849
65	8.8627	8.8627	8.8627
70	7.7807	7.7807	7.7807
75	6.5621	6.5621	6.5621
80	5.2909	5.2909	5.2909
85	4.0713	4.0713	4.0713
90	3.0460	3.0460	3.0460
95	2.3405	2.3405	2.3405
100	1.8823	1.8823	1.8823
105	1.5077	1.5079	1.5079
110	1.2017	1.2057	1.2067
115	0.9382	0.9665	1.0466
120	0.7088	0.4583	1.0464

三種最終年齡假設的編算結果比較

以台灣資料驗證費率調整

- 若考慮不同死亡率模型，在最終年齡為100歲的假設下，比較縱斷面方式下計算的年金保費。

→以台灣女性為例，發現多變量方法的保費最低，Gompertz 與 Lee-Carter 模型的結果較為接近。

- 利率為5%在不同模型下計算即期年金躉繳保費的差異 (台灣女性)

支領年齡60歲	1981	1991	2001	2011	2021
Gompertz	0.99%	3.95%	5.79%	6.97%	7.72%
Lee-Carter	0.69%	3.88%	8.05%	10.60%	12.84%
多變量	9.67%	10.09%	10.98%	11.95%	12.98%

- 利率為3%在不同模型下計算即期年金躉繳保費的差異 (台灣女性)

支領年齡60歲	1981	1991	2001	2011	2021
Gompertz	6.88%	10.49%	12.76%	14.21%	15.14%
Lee-Carter	1.13%	5.10%	9.61%	12.93%	15.87%
多變量	12.33%	13.18%	14.50%	15.77%	17.14%

實證資料驗證死亡率模型

- 台灣地區資料
- 世界各國資料

→美國、日本、加拿大、英國、德國

	參數模型	半參數模型	無母數模型
台灣	Gompertz模型	Lee-Carter模型	多變量
日本	Gompertz, Weibull, Logistic 模型	Lee-Carter模型	無
美國	Gompertz, Weibull, Logistic 模型	Lee-Carter模型	多變量
加拿大	Kannisto模型	Lee-Carter模型	無
英國	Gompeetz-Makeham 模型	無	無
德國	Logistic, Kannisto模型	Lee-Carter模型	無

台灣資料符合Gompertz模型？

- 台灣資料不完全滿足Gompertz模型的假設。

→單一年度資料不滿足。

→合併3年資料則滿足。

Checking the Gompertz Law

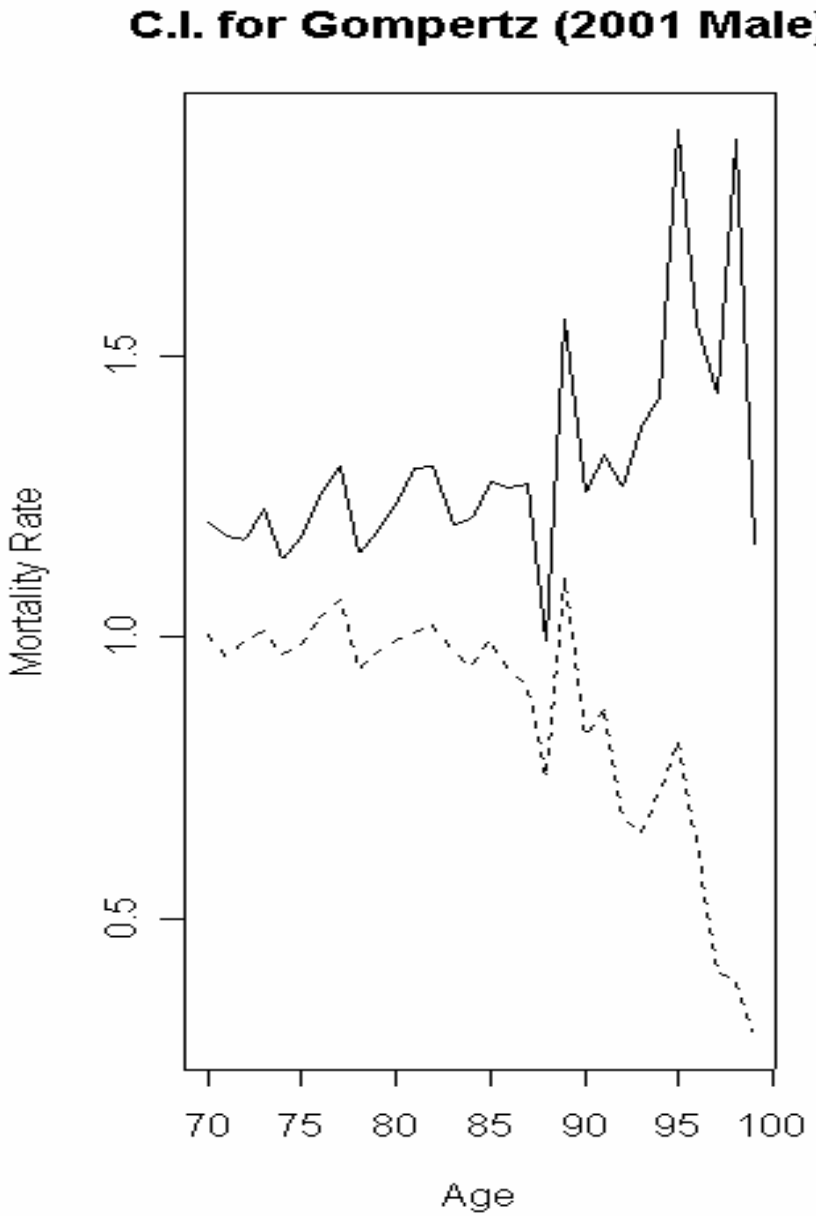
- From Yue (2002), we can use bootstrap simulation to check if the elderly mortality rates satisfy the Gompertz law.

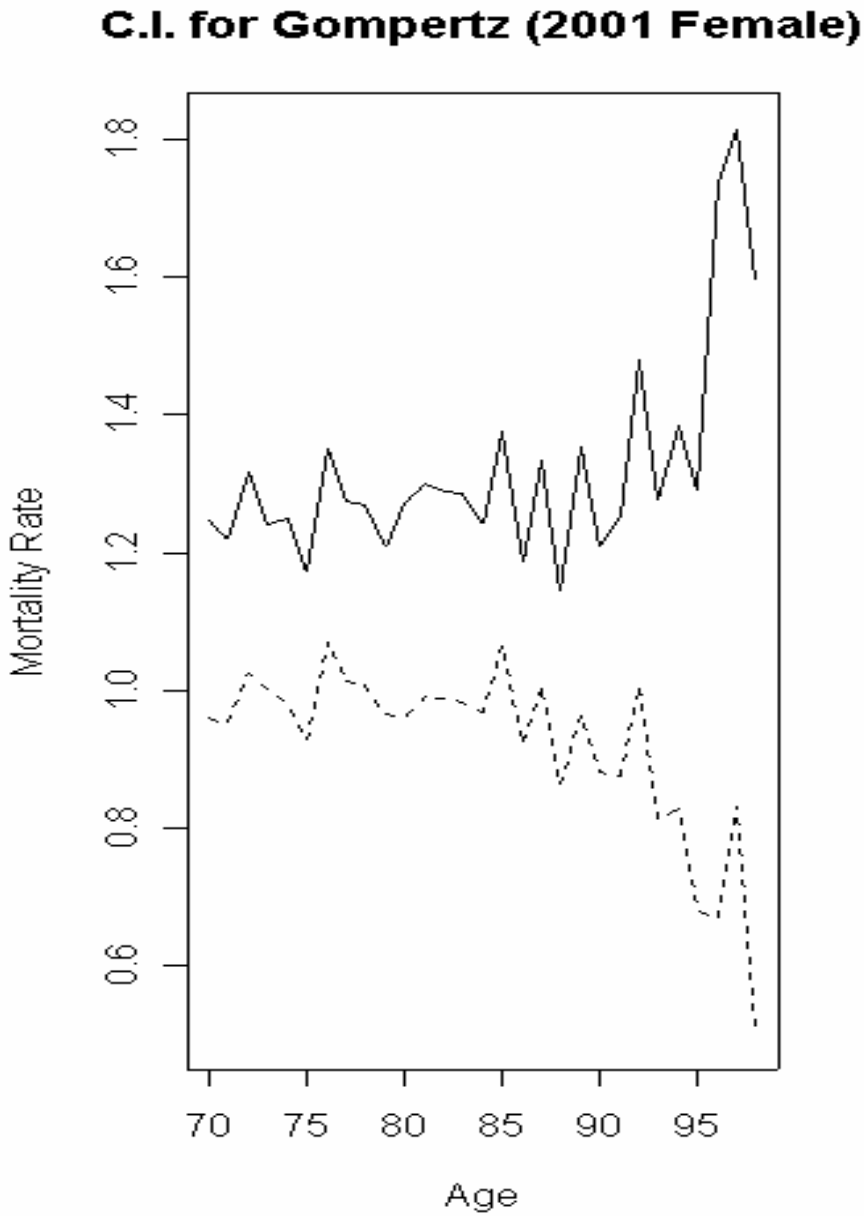
→ Conduct 1,000 simulation runs, and see if there are parallel lines between the upper and lower bounds.

→ Gompertz's law:

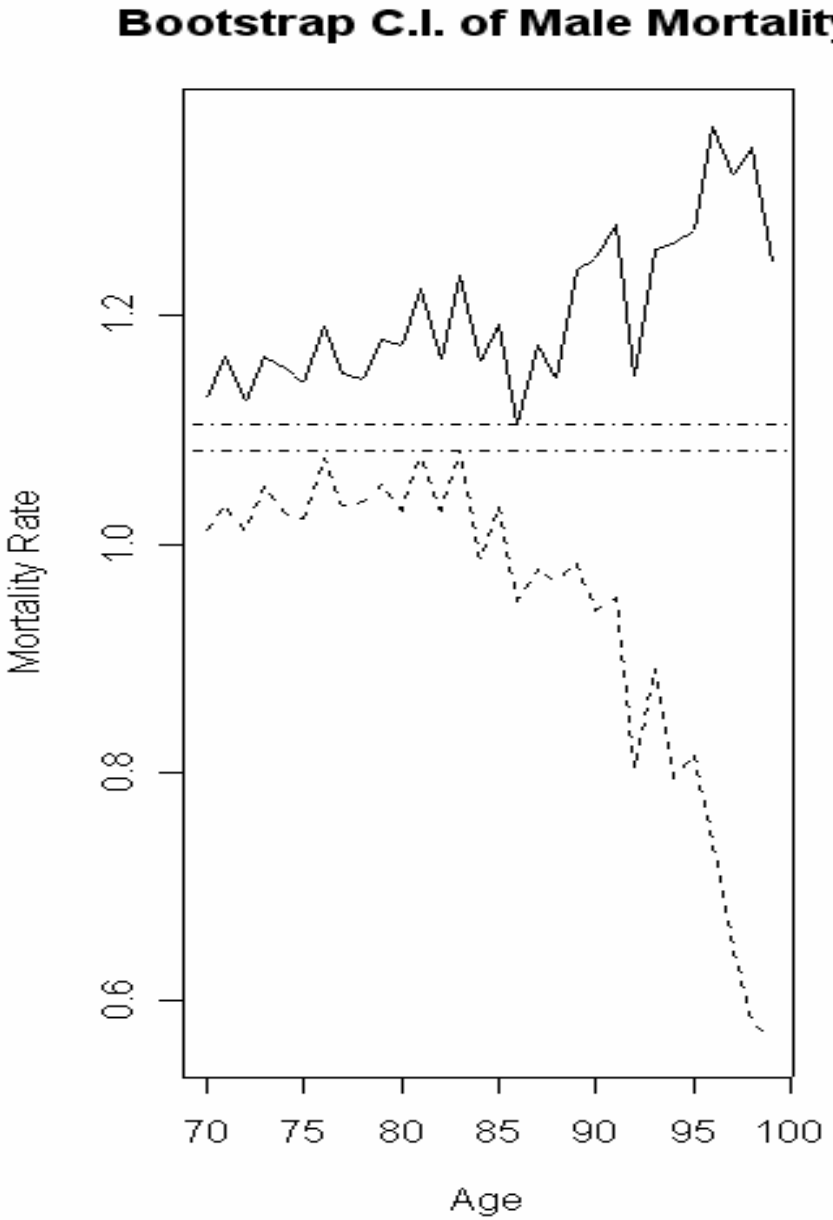
$$\mu_x = BC^x, \quad B > 0, C > 1$$

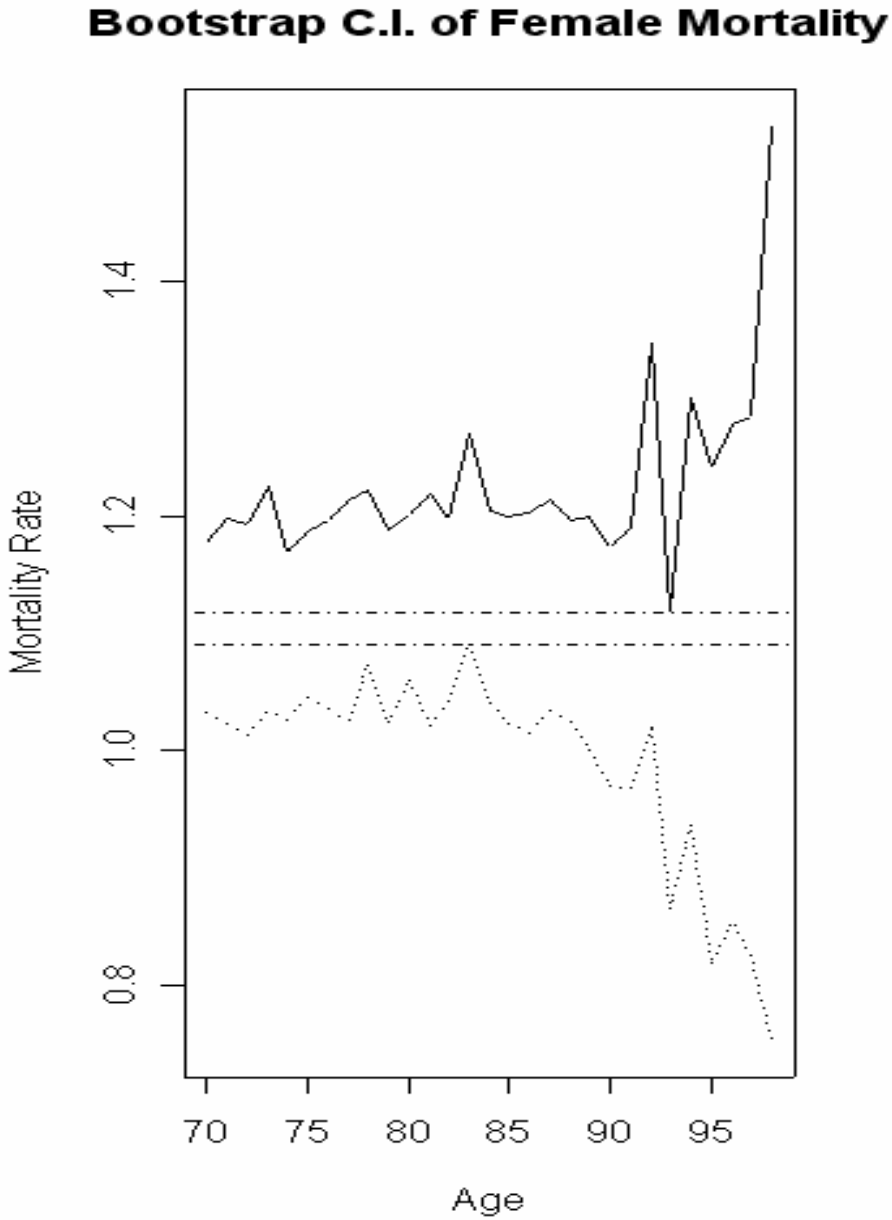
or $$\log(p_{x+1})/\log(p_x) = C.$$





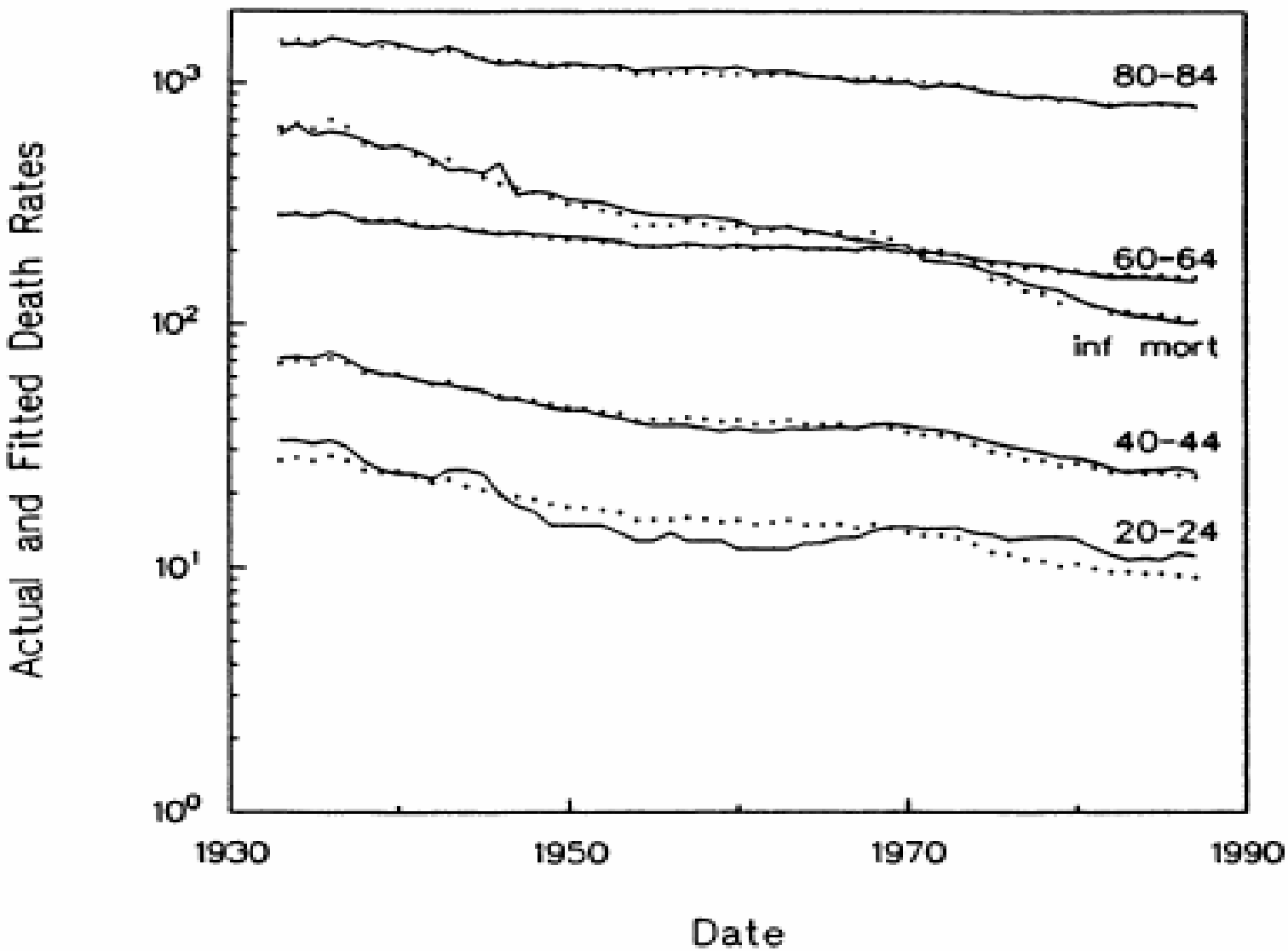
Bootstrap C.I. from the 2001 data



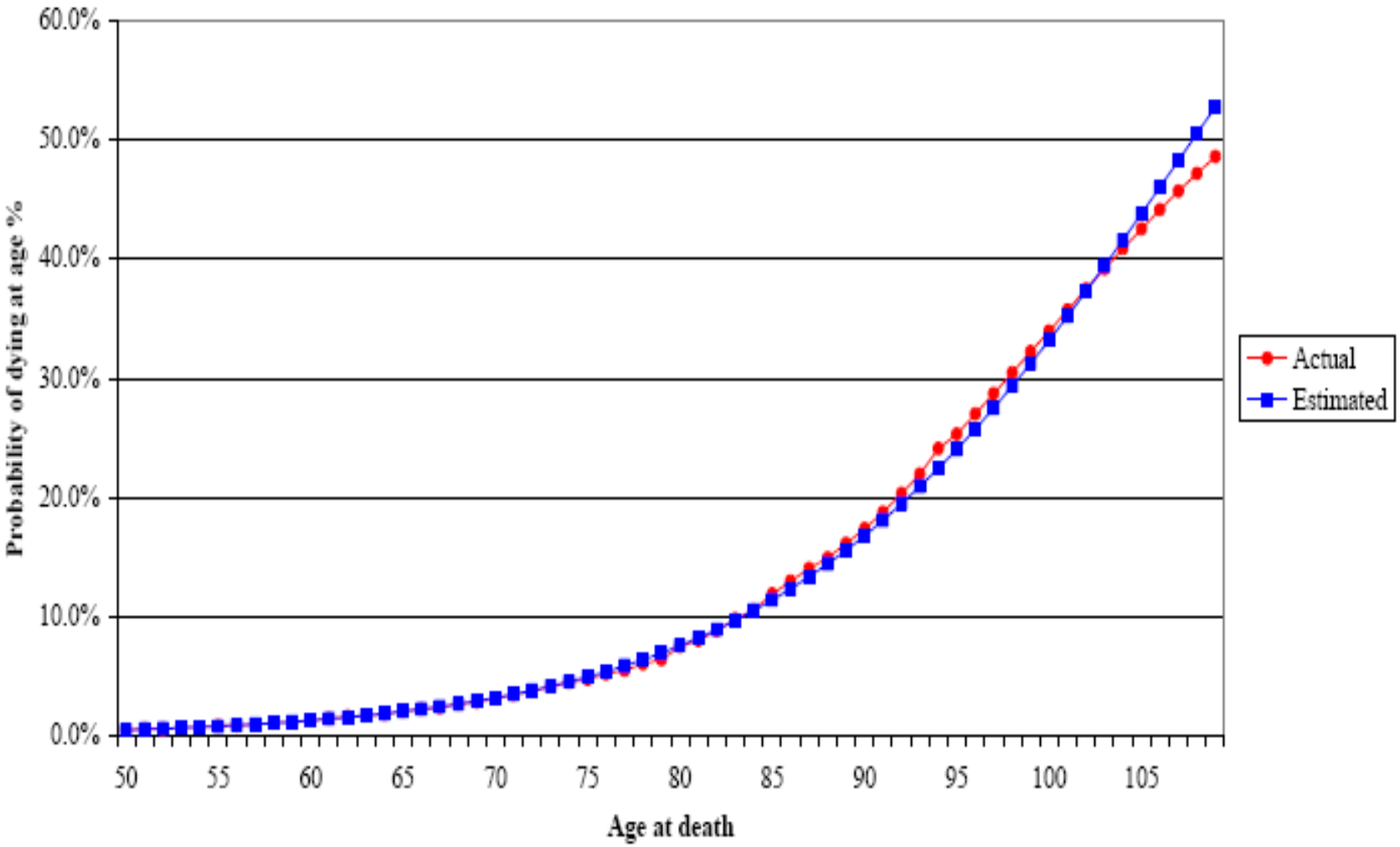


Bootstrap C.I. from the 2000 Census (3 years death records)

Lee-Carter模型在美國男性的實證分析



美國男性 (1998)配適 logistic模型



精算費率的可能問題

- 未來的死亡率

→死亡率變化未如預期？

→未如預期時又該如何處理？

- 資料與高齡死亡率

→資料量不足

→資料品質

→最終年齡

科技進步的影響

- 科技（生物科技）的進步幅度如果超過預期？
- 醫療科技的發展對死亡率、失能率、罹病率都有影響

→死亡率在老年人的改善幅度通常最大，失能率及罹病率則隨著年齡增加而上升。

因應預期外的變化

- 如何因應壽命延長的速度與幅度超過預期？

→類似縱斷面的變動死亡率？

→保證費率？

→死亡率結合其他數值(如：預定利率)？

資料量是否充足？

- 高齡人口數較少，經驗生命表的編算難度更高

→需要建立及累積高齡人口資料庫

- 目前新型保險商品設計使用再保險公司所提供國外經驗資料

→缺乏本土經驗數據以及並未考慮環境差異與人種體質所產生的差異等等。

資料品質

- 高齡人口較難追蹤與確認

→以台灣地區2003年89歲以上老年人普查為例，雖然歷經半年的追蹤與訪查，仍有約10%的高齡人口無法尋獲，年紀愈大、無法尋獲的比例也就愈高。

→高齡人口的年齡較難確認， Wilmoth et al. (1994) 花了近半年的時間確定一名114歲的老年人。

Response and non-response rates in 2003 Census

	Age 89	Ages 90~94	Ages 95~99	Ages 100+	Total
Total Population	12,597	23,898	11,190	2,484	50,169
Response	92.17%	91.39%	88.38%	66.39%	89.67%
Non-response	7.83%	8.61%	11.62%	33.61%	10.33%

5,169 non-responses

最終年齡的設定

- 最終年齡的設定與編算方法將影響高齡人口的費率

→資料

→商品需求